

БЛОК №5

5. СПОСОБЫ ПРЕБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

5.1. Теоретические положения

Проекции пространственных объектов, произвольно расположенных относительно плоскостей проекций, не всегда удобны для решения той или иной задачи. Это связано с тем, что имеет место искажение в проекциях натуральных форм и размеров проецируемых объектов. В связи с этим, для более простого решения позиционных и метрических задач проводят преобразование комплексного чертежа таким образом, чтобы получить либо вырожденные проекции элементов объекта, либо их натуральные величины.

5.1.1. Способ замены плоскостей проекций

Особенность способа состоит в переходе от заданной системы плоскостей проекций к другой системе плоскостей. Положение самого объекта в пространстве при этом остается неизменным.

Замена одной плоскости проекций

Пусть точка $A(A_1, A_2)$ в системе плоскостей проекций Π_1, Π_2 (рис.26). Введем новую плоскость проекций – Π_4 , перпендикулярную Π_1 , и спроецируем на неё точку A .

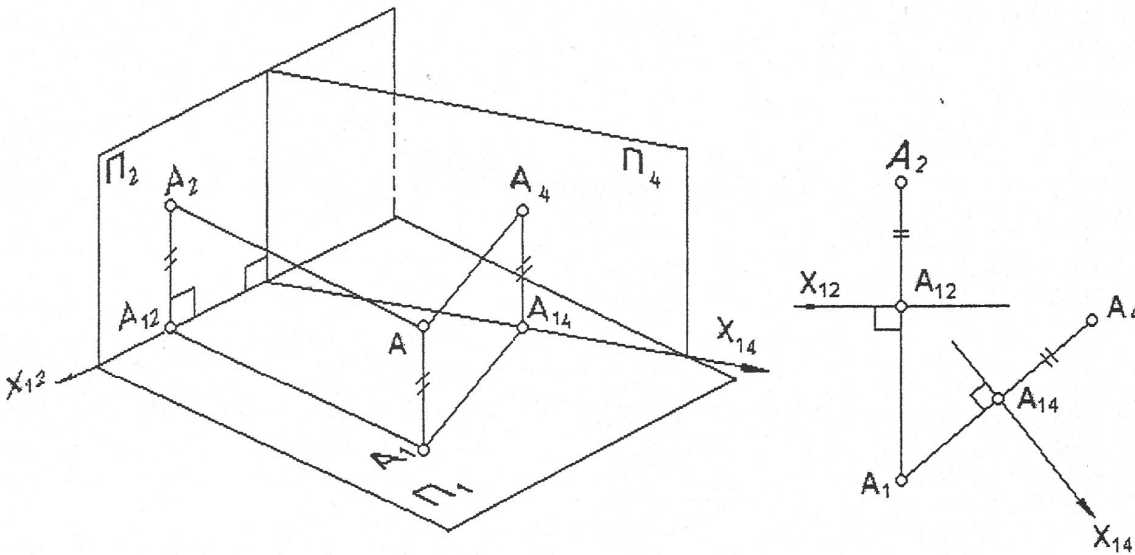


Рис.26

В новой системе плоскостей проекций (Π_1, Π_4) получим проекции точки $A(A_1, A_4)$. При этом останутся неизменными:

- горизонтальная проекция точки $A - A_1$;
- высота точки $A - AA_1 = A_2A_{12} = A_4A_{14}$.

Ранее, рассматривая плоскости проекций Π_1 и Π_2 (стр.4), мы не вводили никаких ограничений на их положение, кроме взаимной перпендикулярности, а поэтому взаимно ортогональные плоскости проекций Π_1 и Π_4 абсолютно равноправны.

Таким образом, новая система плоскостей проекций представляет собой две взаимно перпендикулярные плоскости, одна из которых взята из старой системы

плоскостей проекций, а вторая, перпендикулярная к ней, выбирается так, чтобы проекция объекта на неё давала наилучшее представление о нём для получения решения.

Замена двух плоскостей проекций

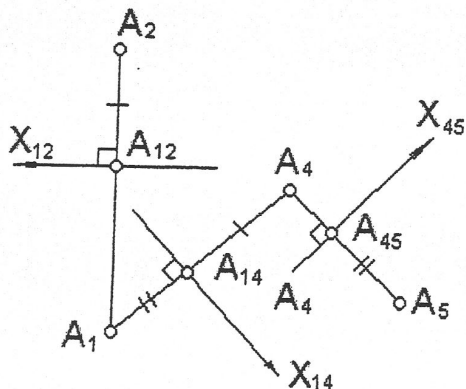


Рис.27

Продолжим процесс замены плоскостей проекций. Перейдем от системы (Π_1, Π_4) к следующей, новой системе (Π_4, Π_5) , заменив плоскость проекций Π_1 на Π_5 . При этом следует пользоваться следующими правилами:

- а) новые линии связи перпендикулярны к новой оси;
- б) для получения новой (A_5) проекции точки на Π_5 следует на новой линии связи откладывать расстояние от отбрасываемой оси (X_{14}) до отбрасываемого изображения (A_1).

Основные задачи, решаемые способом замены плоскостей проекций

Задача 1. Линию ℓ , занимающую общее положение в системе плоскостей проекций Π_1, Π_2 (рис.28), соответствующим подбором новой системы плоскостей проекций сделать линией уровня.

Предположим, что линия ℓ в новой системе плоскостей проекций будет фронталью. Из этого следует, что, плоскость Π_2 следует заменить на плоскость (Π_4) , перпендикулярную к Π_1 и параллельную линии ℓ .

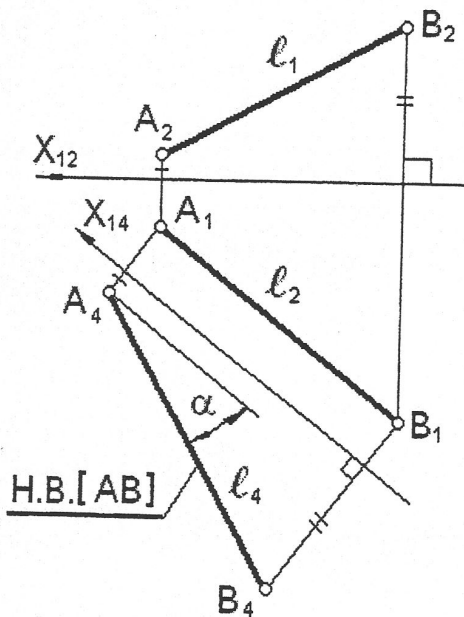


Рис.28

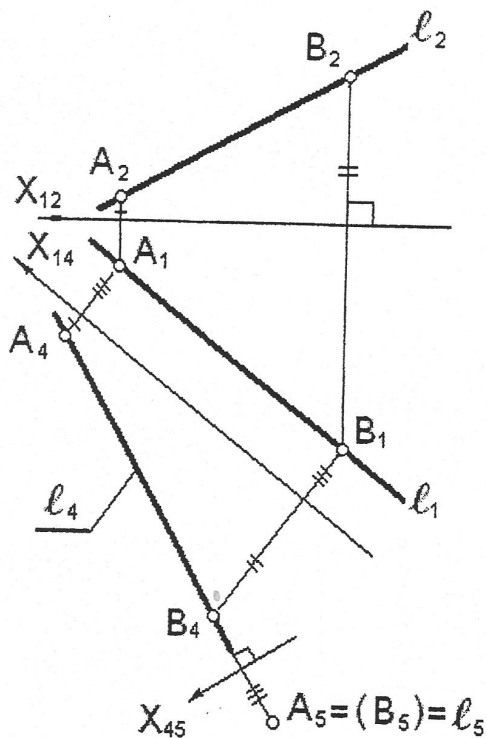


Рис.29

Задача 2. Линию ℓ , занимающую в какой-либо системе плоскостей проекций (Π_1, Π_4) положение линии уровня (рис.29), соответствующим подбором новой системы плоскостей проекций (Π_4, Π_5) сделать проецирующей.

Из рассмотрения рисунка 29 видно, что прямую общего положения нельзя одной заменой плоскости проекций сделать проецирующей, так как невозможно подобрать плоскость одновременно перпендикулярную неизменяемой плоскости проекций и прямой линии. В связи с этим, прямую ℓ преобразуют в линию уровня (ℓ_1, ℓ_4) (задача 1), а затем заменой второй плоскости проекций линию уровня преобразуют в проецирующую (ℓ_4, ℓ_5).

Задача 3. Плоскость общего положения соответствующим подбором плоскостей проекций сделать проецирующей плоскостью (рис.30).

Предположим, что плоскость общего положения желательно сделать фронтально-проецирующей. Построив в заданной плоскости горизонталь h , и, заменив плоскость Π_2 на плоскость Π_4 , одновременно перпендикулярную Π_1 и Π_4 , получим, что в системе плоскостей проекций Π_1, Π_4 заданная плоскость станет проецирующей.

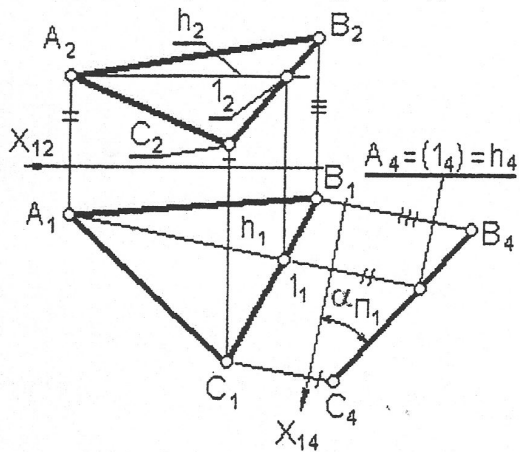


Рис.30

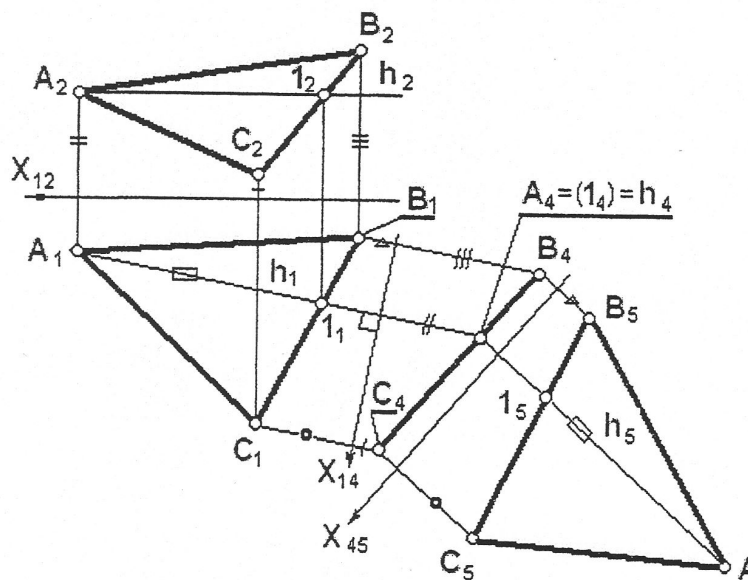


Рис.31

Задача 4. Плоскость, занимающую проецирующее положение в какой-либо системе плоскостей проекций (в нашем случае в системе Π_1, Π_4 , рис.31), соответствующим подбором новой системы плоскостей проекций сделать плоскостью уровня.

Выбрав вместо плоскости Π_1 новую плоскость проекций Π_5 , перпендикулярную Π_4 и одновременно параллельную заданной плоскости получим, что в системе плоскостей проекций Π_4, Π_5 заданная плоскость займет положение плоскости уровня.

5.1.2. Способ плоскопараллельного движения

При плоскопараллельном движении плоскости проекций остаются неподвижными, а фигура перемещается до необходимого положения.

Плоскопараллельным движением фигуры в пространстве называется такое её перемещение, при котором все точки фигуры перемещаются в плоскостях, параллельных между собой.

При плоскопараллельном движении фигуры относительно плоскости Π_1 , горизонтальная проекция фигуры не меняет своей величины, а фронтальная проекция

фигуры, точки которой перемещаются по прямым, перпендикулярным линиям связи, изменяется. При плоскопараллельном движении относительно Π_2 фронтальная проекция неизменна, а горизонтальная проекция изменяется.

Основные задачи, решаемые способом плоскопараллельного движения

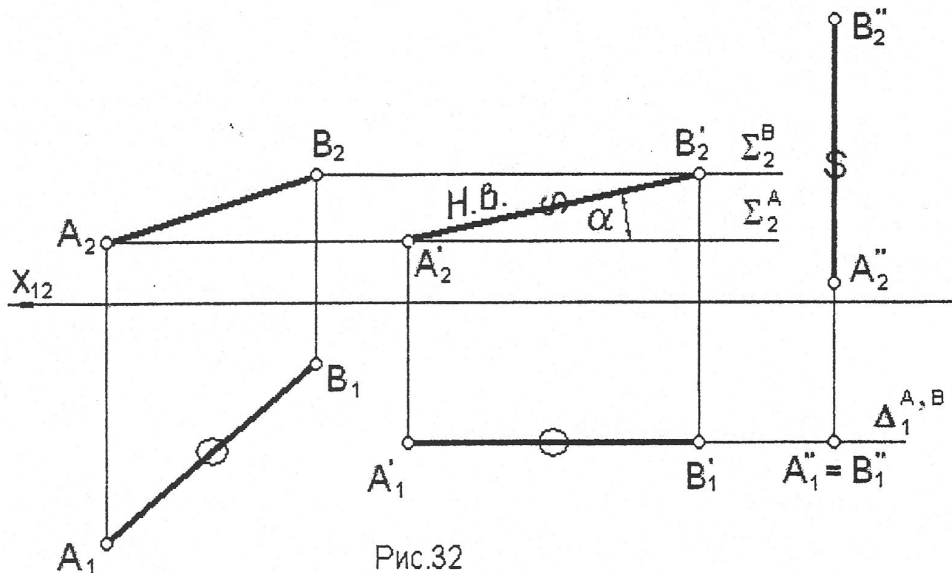
Задача 1. Прямую AB (рис.32) общего положения переместить плоскопараллельно Π_1 до положения линии уровня (на приведенном рисунке до положения фронтали).

Для решения задачи горизонтальную проекцию отрезка AB устанавливаем в положение линии уровня (фронтали). Фронтальную проекцию получаем на пересечении новых линий связи горизонтальной проекции с плоскостями Σ , в которых перемещаются точки A и B .

Примечание. Для того, чтобы отрезок AB сделать горизонталью необходимо фронтальную проекцию отрезка поставить в положение горизонтали.

Задача 2. Полученную в предыдущем примере (рис.32) (или заданную) линию уровня AB соответствующим плоскопараллельным перемещением сделать проецирующей.

Для решения этой задачи прямую уровня AB перемещаем в плоскости $\Delta(\Delta_1)$ параллельной плоскости Π_2 до положения проецирующей (на чертеже перемещаем фронтальную проекцию). Горизонтальная проекция получается на пересечении линии связи точек A и B с плоскостью Δ .



Задача 3. Плоскость общего положения переместить плоскопараллельно до положения проецирующей плоскости (рис.33).

Для примера будем перемещать точки заданной плоскости в плоскостях параллельных Π_1 . Построим в заданной плоскости горизонталь $h(h_1, h_2)$ и переместим плоскость до положения, когда её горизонталь займет проецирующее положение. Вспомним, что величина горизонтальной проекции фигуры при этом не меняется. Так как горизонталь станет проецирующей прямой, то заданная плоскость займет проецирующее положение.

Задача 4. Полученную в предыдущем примере, (или заданную) проецирующую плоскость (рис.33), соответствующим плоскопараллельным перемещением преобразовать в плоскость уровня.

Перемещая точки проецирующей плоскости в плоскостях параллельных Π_2 , располагаем проецирующую плоскость параллельно плоскости проекций Π_1 . В этом случае её горизонтальная проекция будет давать натуральную величину.

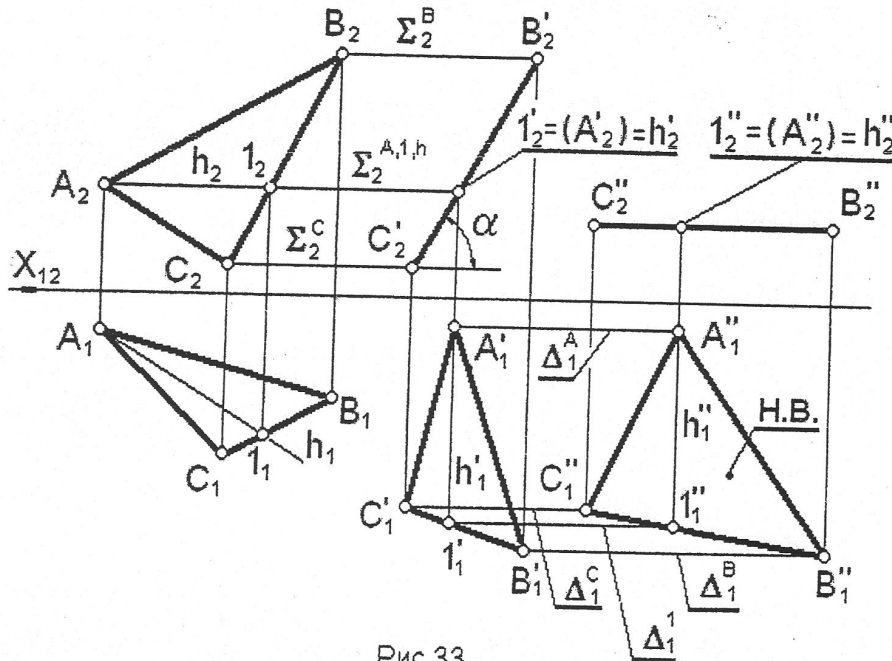


Рис.33

5.1.3. Способ вращения вокруг проецирующей оси

Частным случаем плоскопараллельного движения является вращение фигуры вокруг оси (i) (рис.34), перпендикулярной плоскости проекций. В этом случае все точки фигуры движутся в плоскостях Σ , параллельных плоскости проекций.

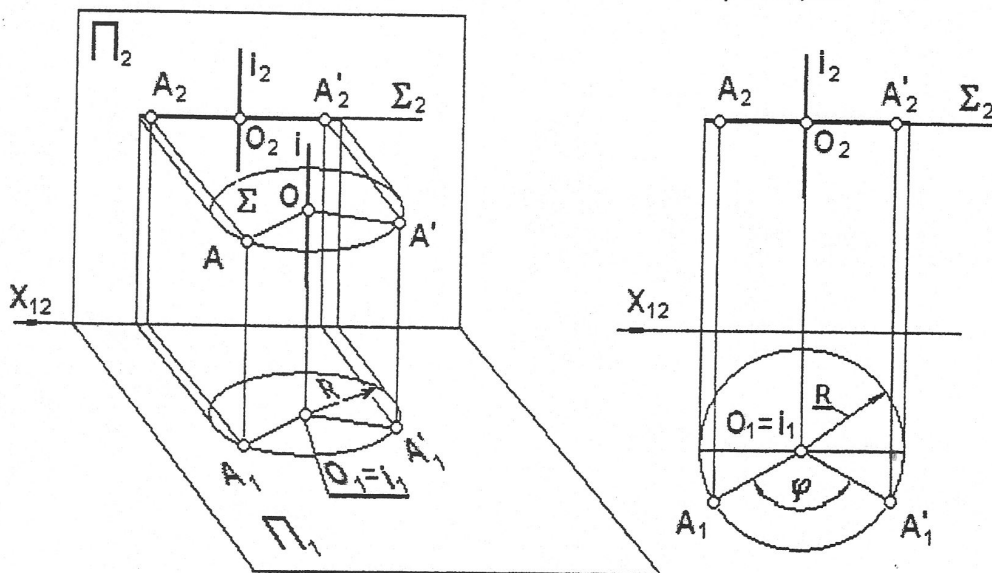


Рис.34

Центры окружностей принадлежат проецирующей оси. Величины радиусов равны расстоянию от вращаемых точек до оси.

Основные задачи, решаемые способом вращения вокруг проецирующей оси

Задача 1. Прямую ℓ общего положения повернуть до положения линии уровня вокруг горизонтально-проецирующей прямой i (рис.35).

На горизонтальной проекции радиус поворота точки $A - R_A$ виден в натуральную величину. Точка B не вращается, так как через неё проходит ось i . Фронтальная проекция точки $A - A_2$ находится на пересечении новой линии связи точки A с плоскостью $\Sigma(\Sigma_2)$.

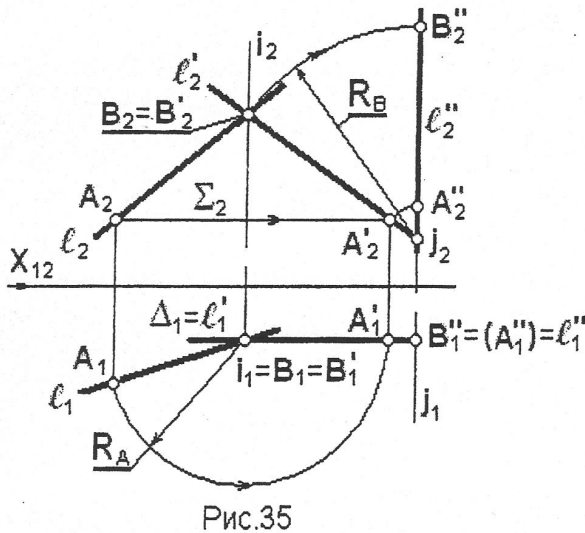


Рис.35

Задача 2. Полученную в предыдущем примере (или заданную) линию уровня ℓ' , повернуть вокруг фронтально-проецирующей оси j до положения проецирующей прямой ℓ'' .

Точка, через которую проходит ось j имеет нулевой радиус поворота, точка B вращается по окружности радиуса R_B , лежащей в плоскости $\Delta(\Delta_1)$.

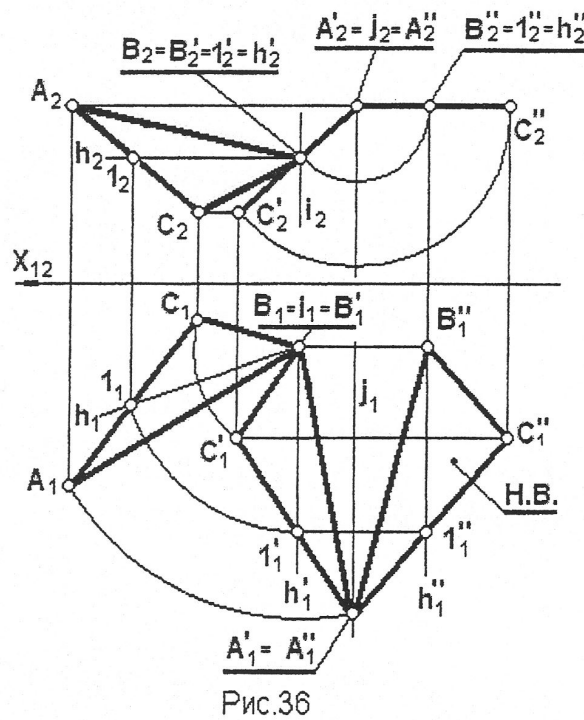


Рис.36

Задача 3. Плоскость общего положения ABC повернуть вокруг горизонтально-проецирующей оси i до положения проецирующей плоскости.

Плоскость ABC займет проецирующее положение $A'B'C'$, если линию уровня, ей принадлежащую, (в данном примере - горизонталь h) повернуть до проецирующего положения.

Задача 4. Повернуть, полученную в задаче 3 (или каким-либо образом заданную), проецирующую плоскость $A'B'C'$ вокруг фронтально-проецирующей оси j до положения плоскости уровня.

После поворота плоскости вокруг оси j , проходящей через точку A' до положения плоскости уровня горизонтальная проекция треугольника ($A_1''B_1''C_1''$) даст натуральную величину.

5.1.4. Вращение вокруг линии уровня

Данный способ применяется для преобразования плоскости общего положения в плоскость уровня. На рисунке 37 представлена операция поворота точки A вокруг горизонтали h до совпадения её с плоскостью горизонтального уровня $\Delta(\Delta_2)$. Точка A поворачивается в плоскости $\Sigma(\Sigma_1)$, перпендикулярной к горизонтали h . Величина радиуса R^A определяется способом прямоугольного треугольника.

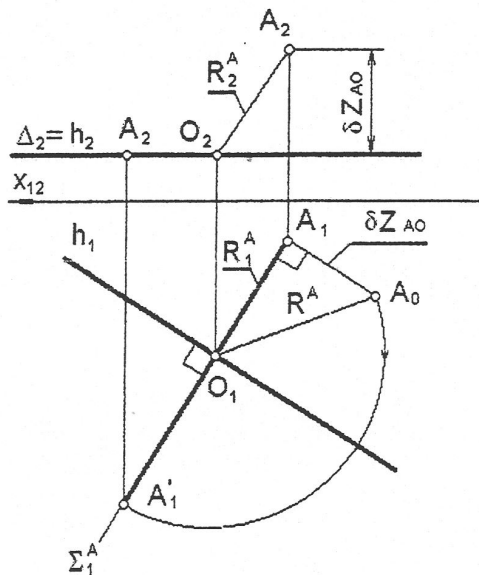


Рис.37

На рисунке 38 рассмотрен пример определения натуральной величины треугольника ABC с помощью его вращения вокруг горизонтали h .

Точка B вращается вокруг горизонтали в горизонтально-проецирующей плоскости $\Sigma(\Sigma_1^B)$, перпендикулярной горизонтали h . Радиус вращения точки B определен способом прямоугольного треугольника. Поворот точки B осуществляется до плоскости горизонтального уровня, проходящей через горизонталь h .

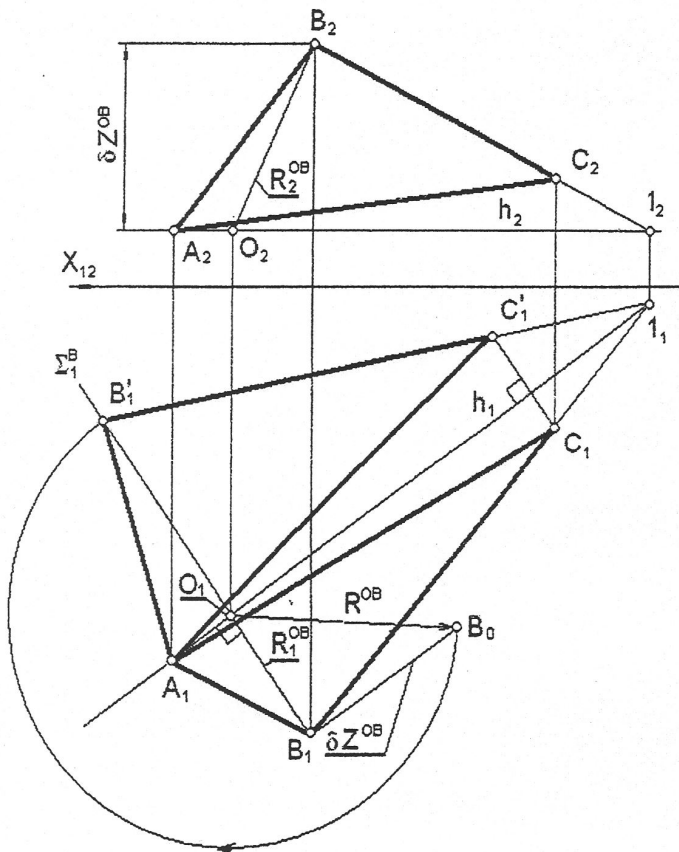


Рис.38

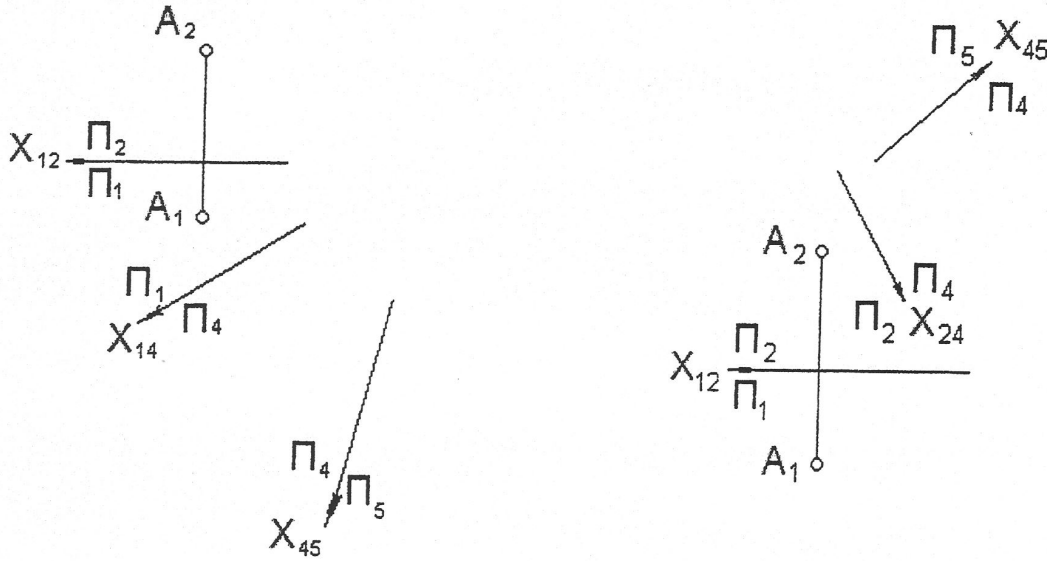
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. С какой целью применяются преобразования комплексного чертежа?
2. В чем состоит существенное различие способов замены плоскостей проекций и плоскопараллельного перемещения?
3. Как формулируются четыре основные задачи преобразования?
4. Сформулируйте основное правило замены плоскостей проекций.
5. Что общего у способов преобразования чертежа плоскопараллельным перемещением и вращением вокруг проецирующей прямой?
6. Опишите способ вращения вокруг прямой линии уровня.

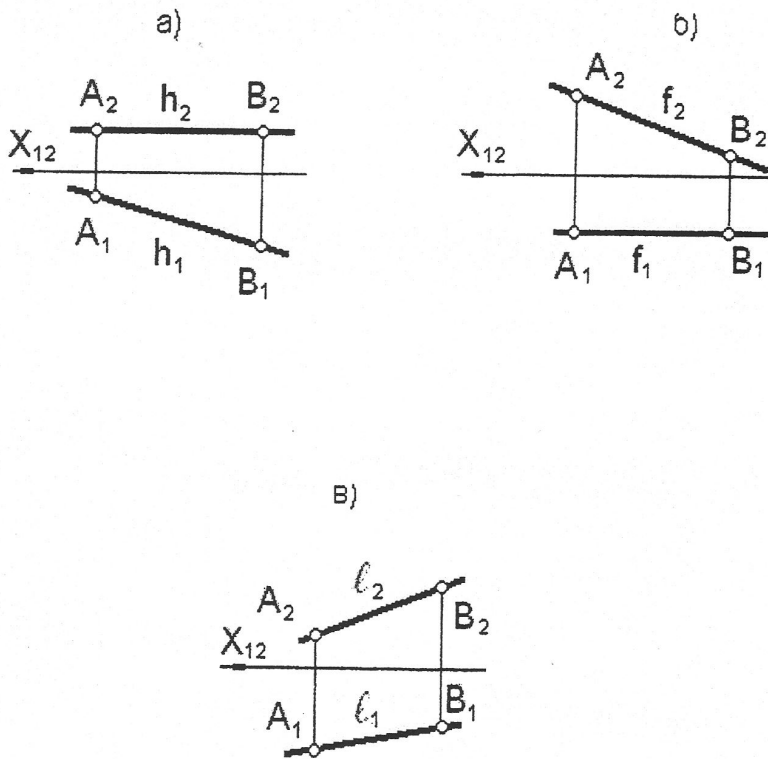
5.2. Задачи

5.2.1. Способы замены плоскостей проекций и плоскопараллельного движения

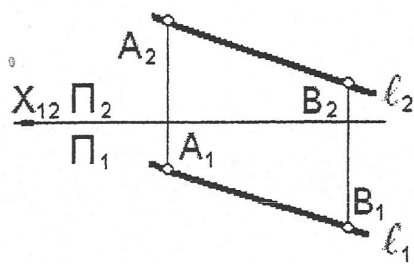
1. Построить проекции точек A и B в новых плоскостях проекций.



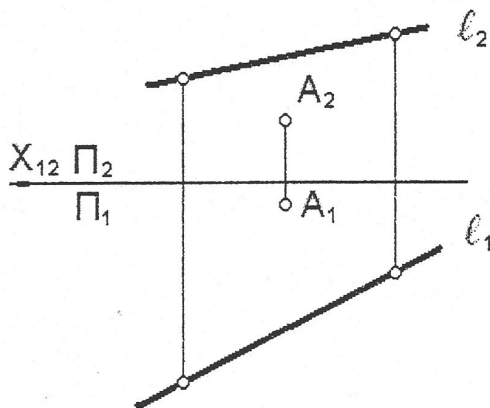
2. Преобразовать прямые h , f и ℓ в проецирующие.



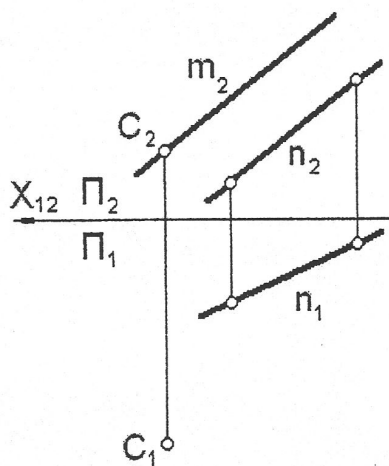
3. Определить натуральную величину отрезка AB прямой ℓ и углы наклона его к плоскостям проекций Π_1 и Π_2 .



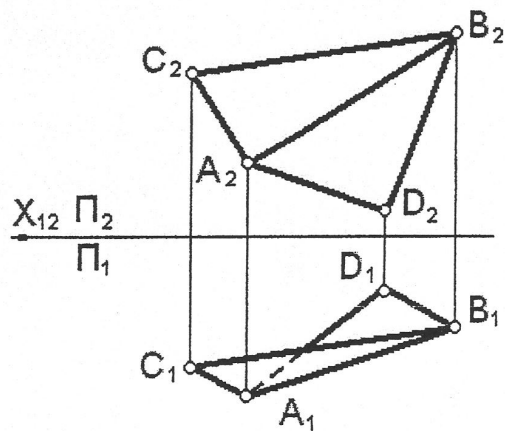
4. Определить натуральную величину расстояния от точки A до прямой ℓ .



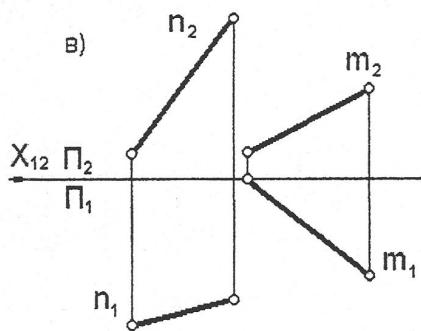
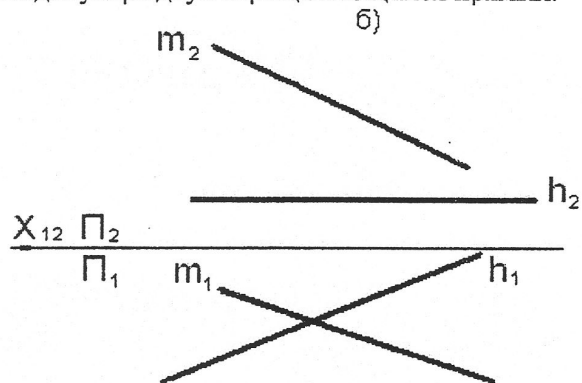
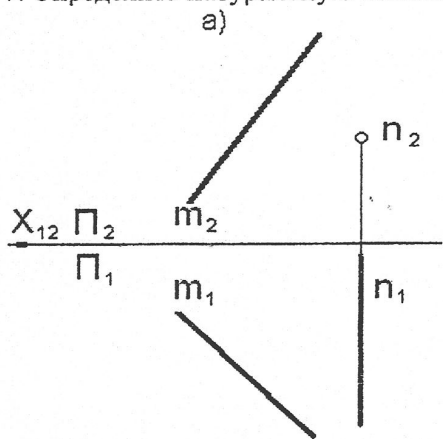
5. Определить расстояние между двумя параллельными прямыми m и n при условии, что $C \in m$.



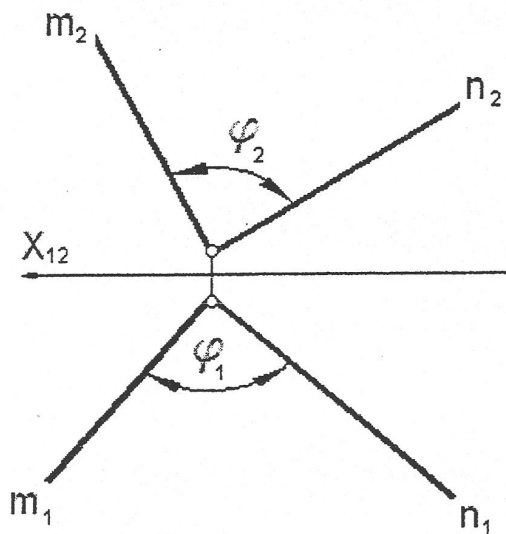
6. Определить натуральную величину φ двугранного угла $ABCD$.



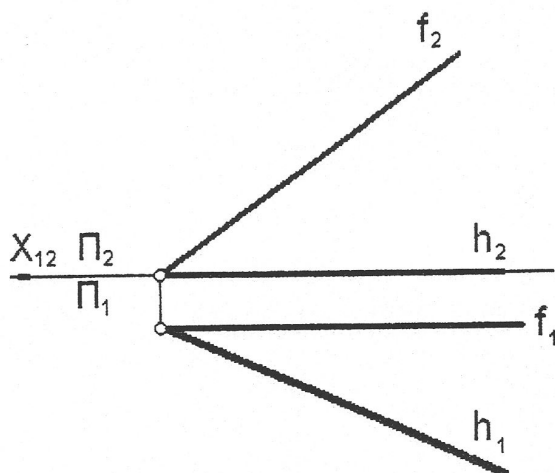
7. Определить натуральную величину общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых.



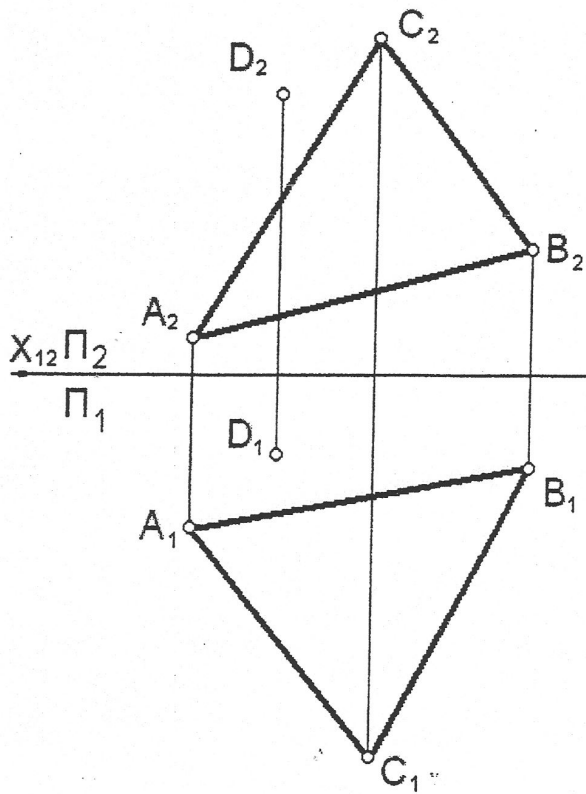
8. Определить натуральную величину угла φ , образованного двумя пересекающимися прямыми m и n .



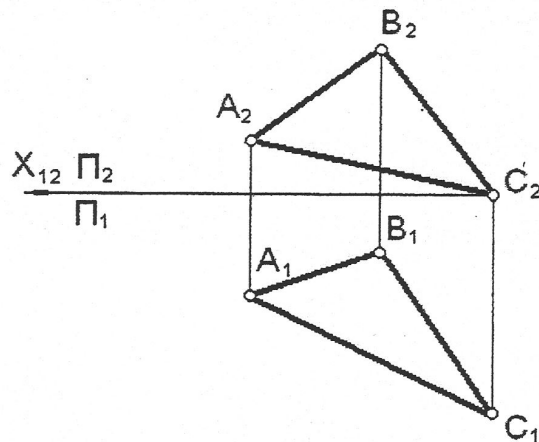
9. Определить натуральные величины углов наклона плоскости $\Sigma(h \cap f)$ к плоскостям проекций Π_1 и Π_2 .



10. Определить натуральную величину треугольника ABC и расстояние δ от точки D до его плоскости.

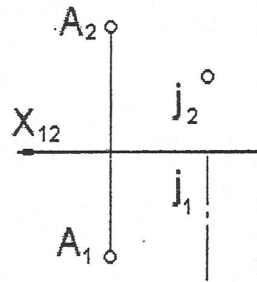
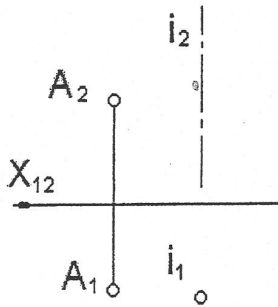


11. Способом вращения вокруг линии уровня определить натуральную величину треугольника ABC .

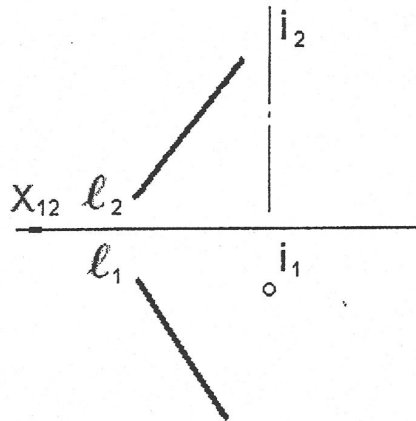
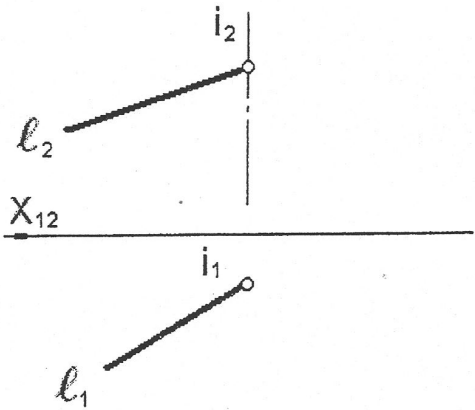


5.2.2. Способ вращения вокруг проецирующей оси

Повернуть точки A на угол 120° вокруг горизонтально-проецирующей оси i и вокруг фронтально-проецирующей оси j .

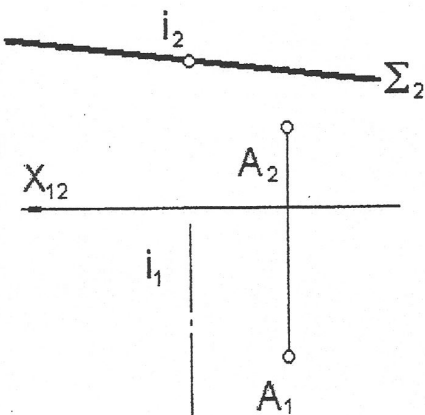


Повернуть прямую ℓ вокруг оси i до положения линии уровня.



Точку A повернуть вокруг оси I до совмещения с плоскостью Σ .

$\Sigma \perp \Pi_2$



$\Sigma(m_1n_1)$

